



Синус, косинус и тангенс
угла от 0° до 180°

В верхней полуплоскости координатной плоскости рассмотрим полуокружность с центром в начале координат, радиус которой равен 1 (рис. 1.1). Такую полуокружность называют **единичной**.

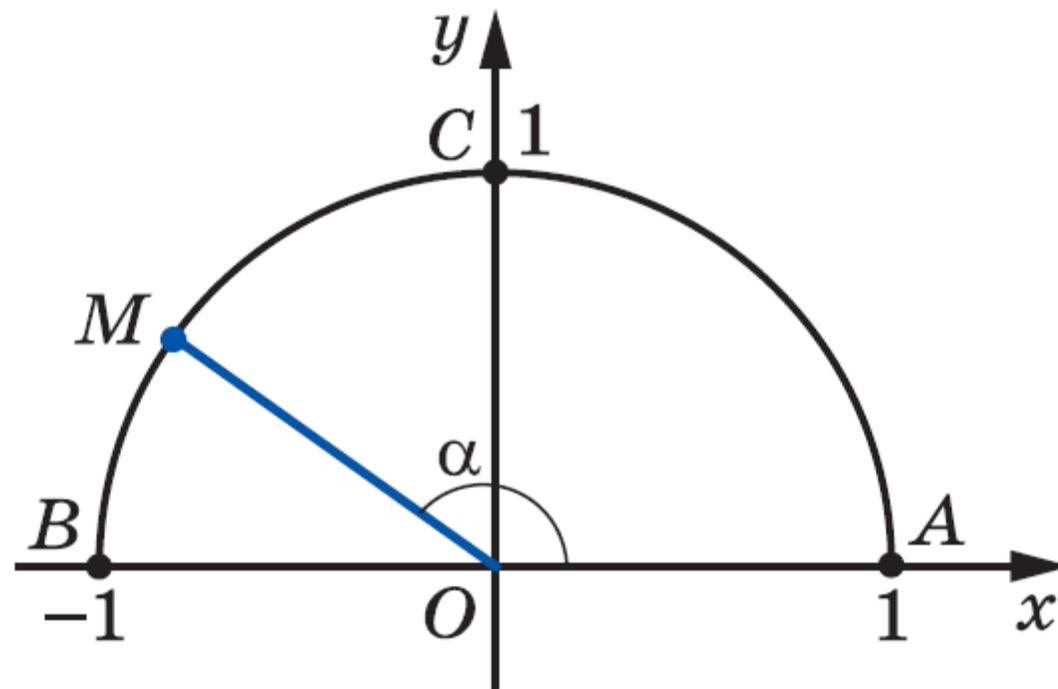


Рис. 1.1

Определение. Косинусом и синусом угла α (0° и до 180°) называют соответственно абсциссу и ординату точки M единичной полуокружности, соответствующей углу α (рис. 1.3).

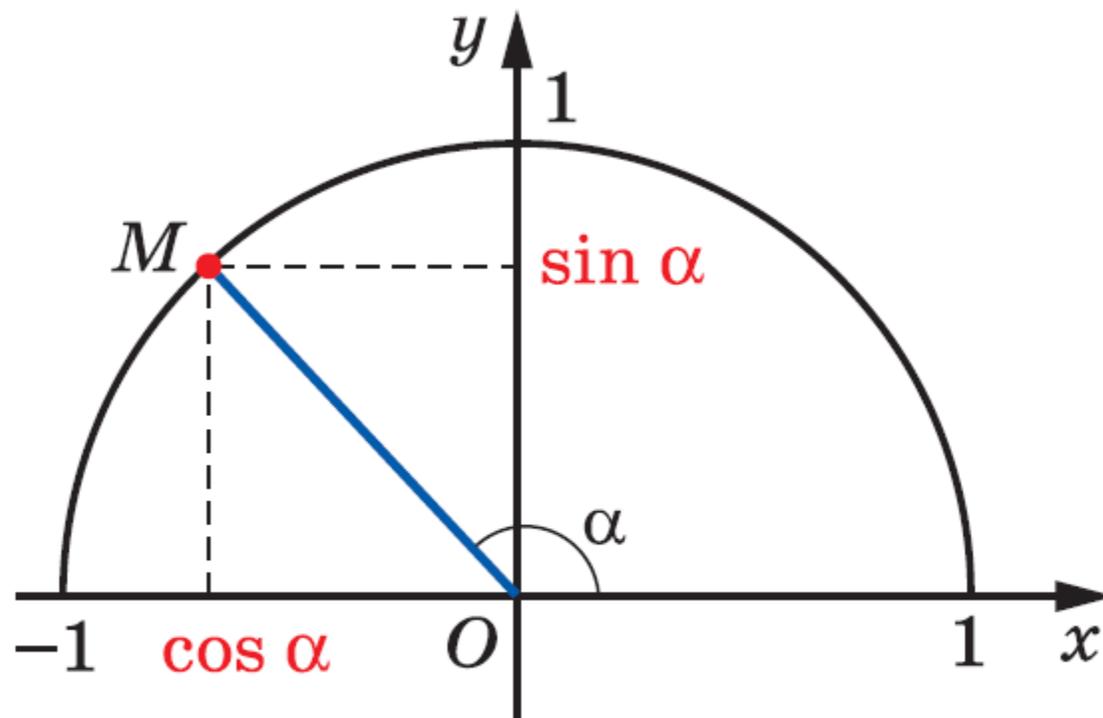
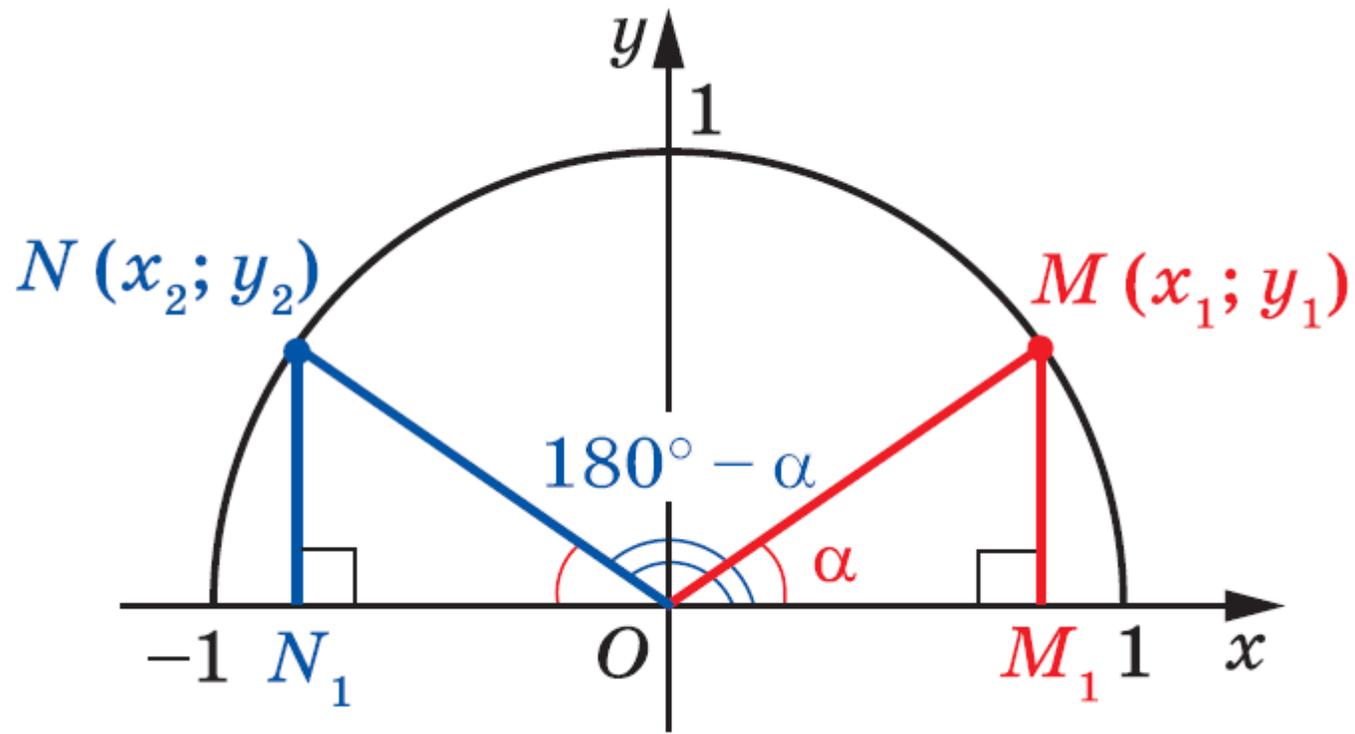


Рис. 1.3



$$\sin (90^{\circ} - \alpha) = \cos \alpha,$$

$$\cos (90^{\circ} - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin (180^{\circ} - \alpha) = \sin \alpha,$$

$$\cos (180^{\circ} - \alpha) = -\cos \alpha$$

Определение. Тангенсом угла α , где $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ и $\alpha \neq 90^\circ$,

называют отношение $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, то есть

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Поскольку $\cos 90^\circ = 0$, то $\operatorname{tg} \alpha$ не определен для $\alpha = 90^\circ$.

Задача 1. Докажите, что $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$.

Решение.

$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = \frac{\sin(180^\circ - \alpha)}{\cos(180^\circ - \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{-\cos \alpha} = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\operatorname{tg} \alpha. \blacktriangleleft$$

Задача 2. Найдите $\sin 120^\circ$, $\cos 120^\circ$, $\operatorname{tg} 120^\circ$.

Решение.

$$\text{Имеем: } \sin 120^\circ = \sin (180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\cos 120^\circ = \cos (180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2};$$

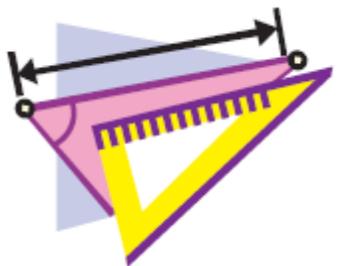
$$\operatorname{tg} 120^\circ = \operatorname{tg} (180^\circ - 60^\circ) = -\operatorname{tg} 60^\circ = -\sqrt{3}. \blacktriangleleft$$



ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

Начертите единичную полуокружность, взяв в качестве единичного такой отрезок, длина которого в 5 раз больше стороны клетки тетради. Постройте угол, вершиной которого является начало координат, а одной из сторон — положительная полуось оси абсцисс:

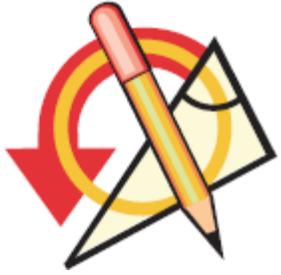
- | | |
|---|----------------------------------|
| 1) косинус которого равен $\frac{1}{5}$; | 4) синус которого равен 1; |
| 2) косинус которого равен $-0,4$; | 5) косинус которого равен 0; |
| 3) синус которого равен 0,6; | 6) косинус которого равен -1 . |



УПРАЖНЕНИЯ

Чему равен:

- 1) $\sin (180^\circ - \alpha)$, если $\sin \alpha = \frac{1}{3}$;
- 2) $\cos (180^\circ - \alpha)$, если $\cos \alpha = 0,7$;
- 3) $\cos (180^\circ - \alpha)$, если $\cos \alpha = -\frac{4}{9}$;
- 4) $\operatorname{tg} (180^\circ - \alpha)$, если $\operatorname{tg} \alpha = -5$?



ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Углы α и β смежные, $\cos \alpha = -\frac{1}{6}$.

- 1) Найдите $\cos \beta$.
- 2) Какой из углов α и β является острым, а какой — тупым?